B12T5 2. Schulaufgabe am 10.02.2012

1.1 (4)

$f_a(x) = \frac{x^2 - a^2}{2x+2}$; $2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (1) ; $D_{max} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

in Zähler: $(-1)^2 - a^2 = 0 \Leftrightarrow$ (1) $\underline{a = \pm 1}$ (1), $\underline{\text{dann stet. fortb.}}$

$f^*_{\pm 1}(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{2(x+1)} = \frac{x-1}{2} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ (1) ; $\underline{f^*_{\pm 1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}$

1.2 (4)

$(x^2 - a^2) : (2x+2) = \frac{1}{2}x$ (1) $- \frac{1}{2}$ (1) $+ \frac{1-a^2}{2x+2}$

$-(x^2 + x)$

$\quad -x - a^2$

$\quad -(-x - 1)$

$\quad\quad 1 - a^2$

Schräge As: $\underline{y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}$ (1)

Senkr. As: $\underline{x = -1}$ (1)

unabh. von a

1.3 (6)

$f_a'(x) = \frac{(2x+2) \cdot 2x - (x^2 - a^2) \cdot 2}{[2(x+1)]^2} =$

$= \frac{4x^2 + 4x - 2x^2 + 2a^2}{2 \cdot 2(x+1)^2} = \frac{\cancel{2}(x^2 + 2x + a^2)}{\cancel{2} \cdot 2(x+1)^2}$ (2)

$f_a'(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + a^2 = 0$; $D = 4 - 4a^2$ (1)

TEP: do. NST v. $f_a'(x) \Rightarrow D = 0 \Rightarrow a = \pm 1$ (1)

Aber: $a = \pm 1$: f_a stetig fortb. m. $f^*_{\pm 1}$ (1) $= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ (s.o.)

$\Rightarrow$ Keine Fu. f_a hat einen TEP (1)

1.4.1

$f_0'(x) = \frac{x(x+2)}{2(x+1)^2}$ $\quad x(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, \; x_2 = -2$ } einf. NST m. VZW.

$(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x_3 = -1$ do. NST

		-2		-1		0	
$x(x+2)$	+	0	−	−	−	0	+
$(x+1)^2$ (2)	+	+	+	0	+	+	+
$f'(x)$	+	0	−	↯	−	0	+
G_f	sms	HOP	smf		smf	TIP	sms

$f(0) = 0 \Rightarrow$ $\underline{TIP(0/0)}$ (1)

$f(-2) = 2 \Rightarrow \underline{HOP(-2/2)}$

2

Die beiden (einf.) NST liegen bei $\pm a$, die Polstellen bei $\pm b$. Wegen $0 < b < a$ liegen Polstellen näher am Ursprung als die NST $\Rightarrow$ Der mittlere Graph passt.

Linker Graph: ↯ zur Lage der NST / Rechter: Gerk. NST

B12T5 2. Schulaufgabe am 10.02.2012

3.1 (4)

$$\begin{aligned} 4+\lambda &= 3+\mu a \\ -2 &= 2+\mu a-\mu \\ 1+2\lambda &= -1+\mu a+\mu \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &\text{II}+\text{III} \\ -1+2\lambda &= 1+2\mu a \\ -8-2\lambda &= -6+2\mu a \\ \hline -9 &= -5 \ (f) \end{aligned}$$

kein gem. Punkt $\Leftarrow$ $-9=-5$ (f)

3.2 (5)

$$\overrightarrow{AX_g}=\begin{pmatrix}4+\lambda-3\\-2-2\\1+2\lambda+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+\lambda\\-4\\2+2\lambda\end{pmatrix} \text{(1)} ;\quad \overrightarrow{AX_g}\circ\vec{u}_g=\begin{pmatrix}1+\lambda\\-4\\2+2\lambda\end{pmatrix} \text{(1)} \circ\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}\overset{!}{=}0$$

$$\Rightarrow 1+\lambda+2+2\lambda=0 \Leftrightarrow 5+5\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda=-1 \text{ (1)}$$

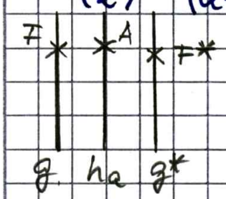
$$\overrightarrow{AX_1}=\overrightarrow{AF}=\begin{pmatrix}1-1\\-4\\2-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-4\\0\end{pmatrix};\quad \lambda \text{ in } g:\ \vec{f}=\begin{pmatrix}4\\-2\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-2\\-1\end{pmatrix}$$

$d=|\overrightarrow{AF}|=4$ (1) $\Rightarrow$ (1) $F(3|-2|-1)$

3.3 (5)
2,5
+
2,5

$$k\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} \text{(1)} =\begin{pmatrix}a\\a-1\\a+1\end{pmatrix}\Rightarrow a=1;\quad \left.\begin{aligned}k&=a=1\\2k&=1+1\Rightarrow k=1\end{aligned}\right\}\text{ ok für } a=1;\ k=1 \text{ (0,5)}$$

wegen 3.1 echt $\parallel$ (1)



$$\vec{f}^*=\vec{a}-\overrightarrow{AF} \text{ (1,5)}$$

$$\vec{f}^*=\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\-4\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\6\\-1\end{pmatrix};\quad g^*:\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\6\\-1\end{pmatrix}+\alpha\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} \text{ (1)}$$

3.4 (5)
2
+
3

$$I=\tfrac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{f}|=\tfrac{1}{2}\left|\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}3\\-2\\-1\end{pmatrix}\right|=\tfrac{1}{2}\left|\begin{pmatrix}-4\\0\\-12\end{pmatrix}\right|=\tfrac{1}{2}\sqrt{4^2+12^2}$$

$$\Rightarrow I=2\sqrt{10}$$

$$\cos(\alpha)=\frac{|\vec{a}\circ\overrightarrow{AF}|}{|\vec{a}|\cdot|\overrightarrow{AF}|}=\frac{\left|\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\-4\\0\end{pmatrix}\right|}{\sqrt{9+4+1}\cdot 4}=\frac{|-8|}{4\cdot\sqrt{14}}=\frac{2}{\sqrt{14}}$$

$$\alpha=\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{14}}\right)\approx 57{,}688^\circ;\quad \alpha\approx 57{,}8^\circ$$

3.5 (3)

$$[\vec{a}\times\vec{f}]\circ\vec{u}_h\overset{3.4}{=}\begin{pmatrix}-4\\0\\-12\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}a\\a-1\\a+1\end{pmatrix}=-4a-12(a+1)=0$$

$$\Leftrightarrow 16a=-12 \Leftrightarrow a=-\tfrac{3}{4}=-0{,}75 \text{ (2)}$$

Vektoren bilden Basis für $a\neq-0{,}75$ (1)